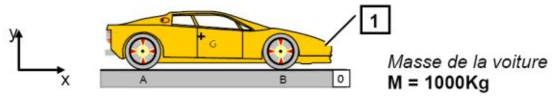
Lycée Jules Ferry Versailles	**Statique**	
BTS CPI	Résolution analytique	Synthèse

I. Définition

Lorsque le système matériel isolé présente un plan de symétrie géométrique et que les forces extérieures sont symétriques par rapport à ce plan, l'étude peut se faire dans ce plan de symétrie. Dans l'exemple ci-dessous, il s'agit du plan (O,x,y).

Accélération de la pesanteur :
g=10m/s²



Masse de la voiture
M = 1000Kg

Etude de l'équilibre de la voiture 1

La résolution d'un problème de statique plane commence par le bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur le **système isolé 1**.

Forces ext.	Point d'application	Direction	Intensité
$\vec{P}$	G	↓	Mg= 10000N
$\vec{A}_{0/1}$	A	↑	?
$\vec{B}_{0/1}$	B	↑	?

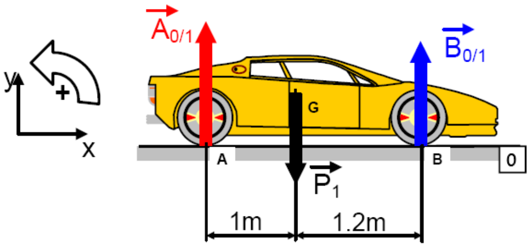
Dans ce cas, on remarque que les **3 forces extérieures** sont **parallèles** entre elles. Une résolution graphique n'est pas envisageable car les forces extérieures sont **non concourantes**.

II. Résolution analytique dans le plan

La résolution analytique se fait en **4 phases.**

1) Modélisation des vecteurs forces

Il faut exprimer les coordonnées connues ou inconnues de chaque vecteur force dans le repère (O,x,y,z).



Les 3 forces étant verticales et colinéaires à l'axe y, leurs coordonnées respectives sur x et sur z seront donc nulles.
Les 3 vecteurs forces pourront s'écrire de la manière suivante :

$$\vec{A}_{0\to1} : \begin{vmatrix} 0 \\ Y_A \\ 0 \end{vmatrix};\quad \vec{B}_{0\to1} : \begin{vmatrix} 0 \\ Y_B \\ 0 \end{vmatrix};\quad \vec{P}_1 : \begin{vmatrix} 0 \\ -m.g \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -1000N \\ 0 \end{vmatrix}$$

Au total, le problème présente **2 inconnues Y_A** et **Y_B**.
Ce chiffre étant inférieur à 3, la résolution est donc possible. La résolution analytique se fera en appliquant les théorèmes généraux.

2) Application du Principe Fondamental de la Statique (PFS) (théorèmes généraux)

- **Théorème des forces**

La somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système isolé est nulle

$$\vec{A}_{0\to1} + \vec{B}_{0\to1} + \vec{P} = \vec{0}$$

En projection sur les différents axes du repère, on obtient :

Proj /x : *0=0*
Proj /y : ***YA + YB – 10 000 = 0*** *(1)*
Proj /z : *0=0*

On obtient finalement une seule équation (**1**) significative

- **Théorème du Moment Résultant en A**

La somme vectorielle des moments, exprimés en un même point, est nulle.

$$\vec{M}_A(\vec{A}_{0\to1}) + \vec{M}_A(\vec{B}_{0\to1}) + \vec{M}_A(\vec{P}) = \vec{0}$$

On projette cette équation vectorielle sur l'axe perpendiculaire au plan d'étude (z, dans notre cas) :

$$\|\vec{A}_{0\to1}\| \times 0 - 10000 \times 1 + Y_B \times 2.2 = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

3) Résolution du système d'équations

On obtient finalement un système de 2 équations (**1**) et (**2**) à 2 inconnues **Y_A** et **Y_B**.

A partir de (**2**), on en déduit la valeur de Y_B. **Y_B= 4545.5 N**
En remplaçant Y_B dans l'équation (**1**) , on trouve la valeur de Y_A
Y_A = 10000 – 4545.5 **Y_A = 5454.5 N**

4) Mise en forme des résultats

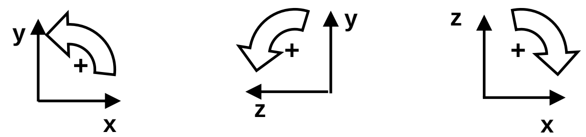
Il suffit d'écrire les vecteurs forces recherchés en exprimant leurs composantes dans le repère choisi.

$$\vec{A}_{0\to1} : \begin{vmatrix} 0 \\ 5454.5 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{soit } \|\vec{A}_{0\to1}\| = 5454.5N$$

$$\vec{B}_{0\to1} : \begin{vmatrix} 0 \\ 5454.5 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{soit } \|\vec{B}_{0\to1}\| = 5454.5N$$

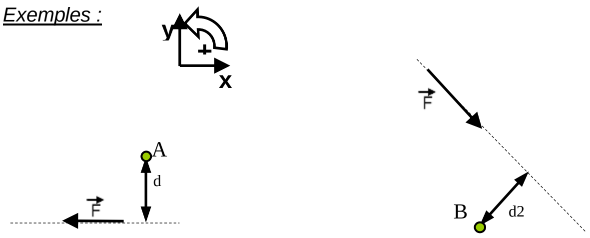
III. Calcul du moment algébrique

Le sens positif est celui qui permet de passer de l'axe x à l'axe y (ou de l'axe y à l'axe z, ou de l'axe z à l'axe x) en tournant de 90° dans le sens trigonométrique.



L'intensité du moment est égale à l'intensité de la force multipliée par la distance (la distance est orthogonale au support de la force).

Exemples :



$$\overline{M_A(\vec{F_1})} = -d_1 \times \|\vec{F_1}\|$$

$$\overline{M_B(\vec{F_2})} = -d_2 \times \|\vec{F_2}\|$$