Equations du mouvement

Position, vitesse, accélération

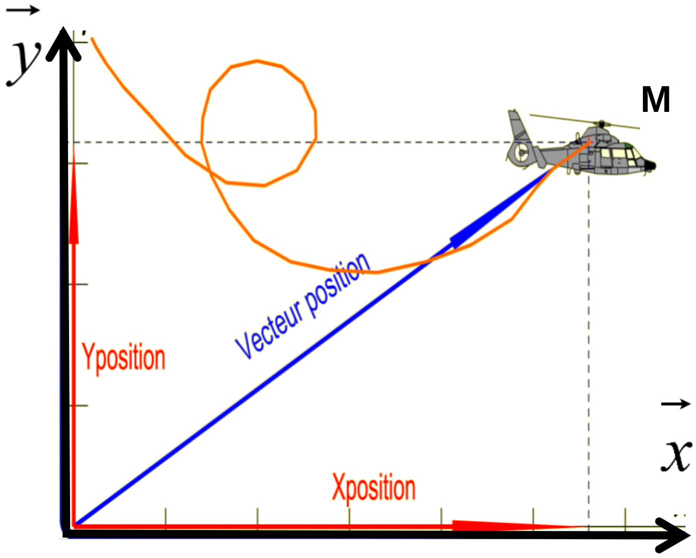
Soient R un repère orthonormé direct de l'espace et M un point d'un solide en mouvement par rapport à R.

Il ne faut pas confondre :

La **trajectoire** du point M : c'est la courbe définie par les positions successives du point M

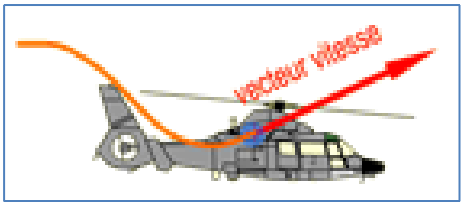
Le **vecteur position** du point M au cours du temps : $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\vec{x} + y(t)\,\vec{y} + z(t).\vec{z}$

Les **coordonnées** du point M : $\overrightarrow{OM} : \begin{vmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{vmatrix}$



Le **vecteur vitesse** s'obtient en dérivant, par rapport au temps, le vecteur position : $\overrightarrow{V_{M,S/\mathcal{R}_0}} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{O_0M_{(t)}}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_0}$

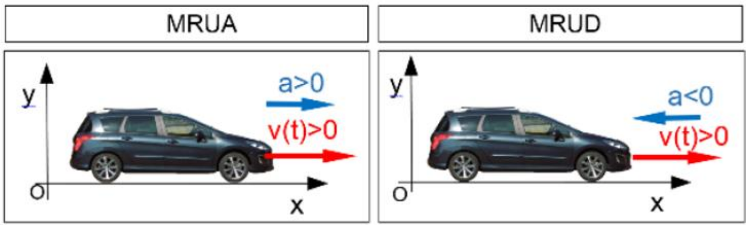
Le vecteur vitesse est toujours **tangent** à la trajectoire



Le **vecteur accélération** s'obtient en dérivant, par rapport au temps, le vecteur vitesse.

Le mouvement est **accéléré** si la composante tangentielle de l'accélération et la vitesse v sont dans le même sens.
Le mouvement est **freiné** dans le cas contraire.

Le **symbole** pour l'accélération est Γ dans le cas général, a dans le cas d'un mouvement de translation rectiligne et $\ddot{\theta}$ dans le cas d'un mouvement de rotation.

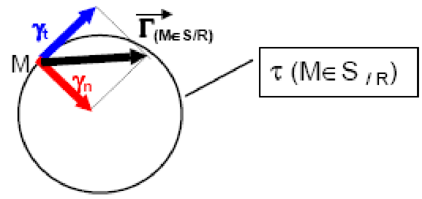


Unité : ***le mètre par seconde au carré : m/s^2 ou $m.s^{-2}$***
Radians par seconde au carré : rad/s^2 ou $rad.s^{-2}$

$$\vec{\Gamma}_{(M\in S/R)} = \left(\frac{dv}{dt}\right).\vec{t} - \left(\frac{v^2}{\rho}\right).\vec{n} \Rightarrow \vec{\Gamma}_{(M\in S/R)} = \gamma_t.\vec{t} + \gamma_n.\vec{n}$$

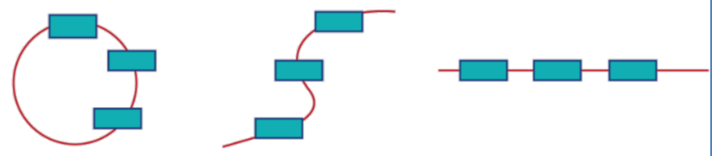
Accélération tangentielle $\gamma_t = \frac{dv}{dt}$

Accélération normale $\gamma_n = \frac{-v^2}{\rho}$
[ρ : rayon de courbure de la trajectoire au point M]



Mouvement de translation

On a un mouvement de translation lorsque la ligne reliant 2 points d'un même solide reste parallèle à elle-même au cours du mouvement

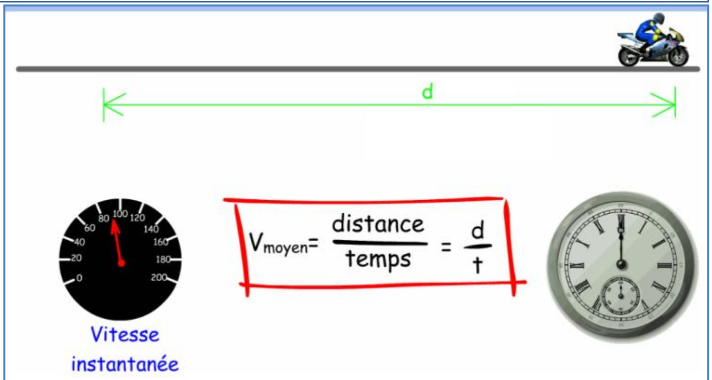


mouvement de translation circulaire | mouvement de translation curviligne | mouvement de translation rectiligne

Vitesse moyenne

Exemple :

La distance est de 12 km et le temps de 7 minutes. Calculer la vitesse en m/s et en km/h



Mouvement de rotation autour d'un axe

Equations du mouvement

Grandeurs liées au mouvement de rotation

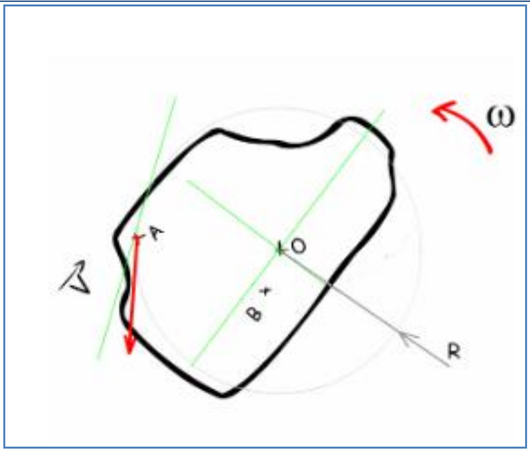
$$\boxed{V = \omega \cdot R}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}}$$

ω : $rad \cdot s^{-1}$
N : tr/min.
V : m/s
R: m
θ: rad

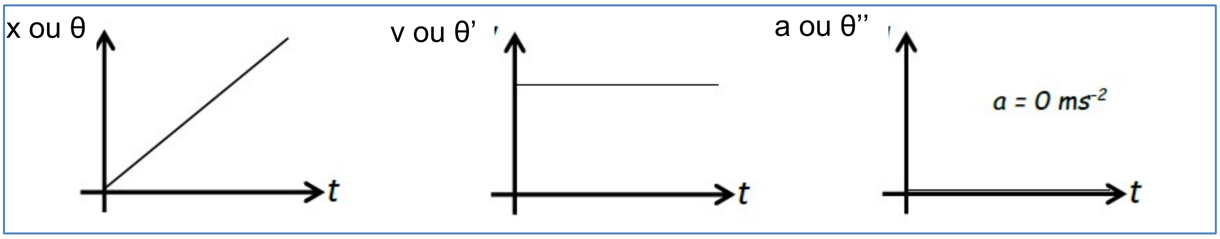
Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire

Le vecteur vitesse est perpendiculaire au rayon



Mouvement uniforme (= à vitesse constante)

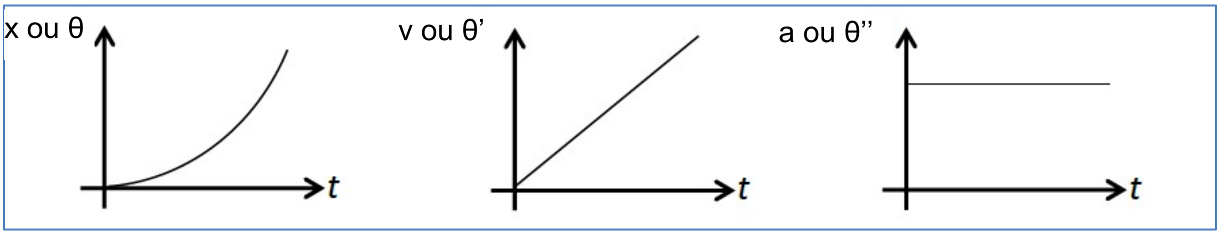
Translation rectiligne uniforme	Rotation uniforme autour d'un axe fixe
$a(t) = 0$ (en m.s^{-2}) $v(t) = v_0$ (en m.s^{-1}) $x(t) = v_0 \cdot (t - t_0) + x_0$ (en m)	$\theta''(t) = 0$ (en rad.s^{-2}) $\theta'(t) = \theta'_0$ (en rad.s^{-1}) $\theta(t) = \theta'_0(t - t_0) + \theta_0$ (en rad)



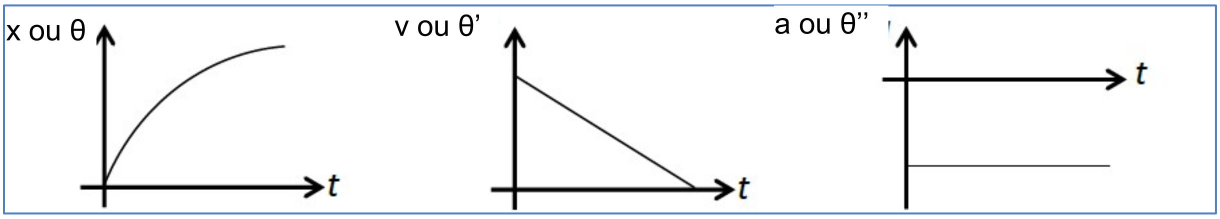
Mouvement uniformément variée (= à accélération constante)

Translation rectiligne uniformément variée	Rotation uniformément variée, autour d'un axe fixe
$a(t) = a_0$ = constante (enm.s^{-2}) $v(t) = a_0 \cdot (t - t_0) + v_0$ (enm.s^{-1}) $x(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot (t - t_0)^2 + v_0 \cdot (t - t_0) + x_0$ (en m)	$\theta''(t) = \theta''_0$ (enrad.s^{-2}) $\theta'(t) = \theta''_0 (t - t_0) + \theta'_0$ (enrad.s^{-1}) $\theta(t) = \frac{1}{2} \theta''_0 \cdot (t - t_0)^2 + \theta'_0 \cdot (t - t_0) + \theta_0$ (en rad)

Accélération uniforme



Décélération (freinage) uniforme


x ou θ
t
v ou θ'
t
a ou θ''
t