Régulation et asservissement

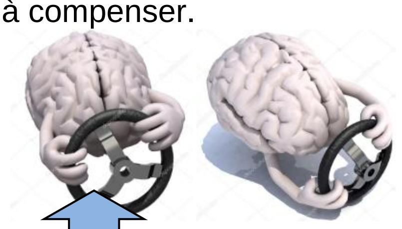
Spé SI

Cours

1. Exemple de boucle d'asservissement

Exemple: automobiliste

Pour suivre la route, il faut en permanence comparer la trajectoire suivie à la trajectoire voulue.
L'écart entre ces deux trajectoires donne l'erreur à compenser.



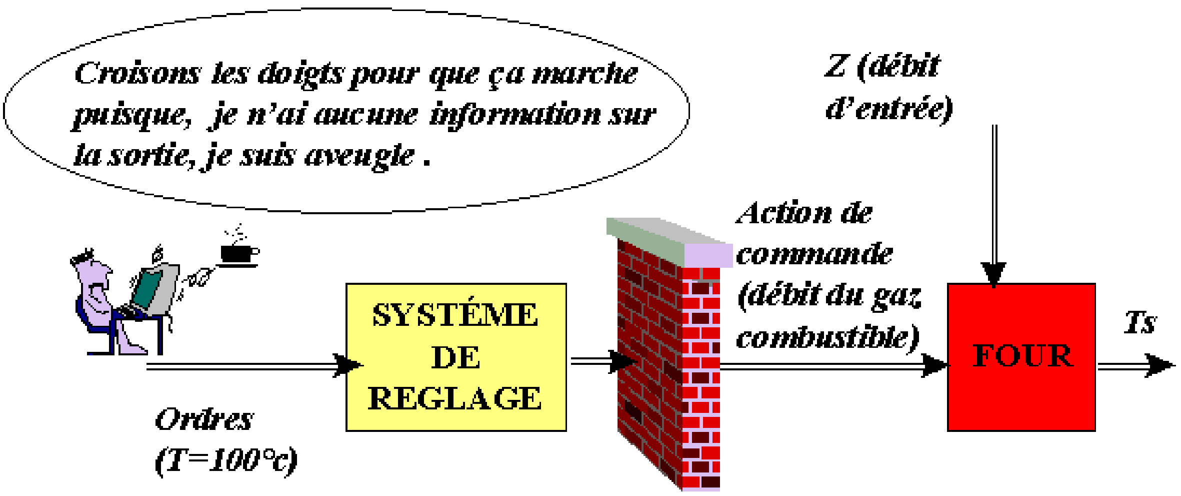
L'erreur à compenser est traduite sous forme d'action des bras sur le volant.

L'action des bras sur le volant a pour conséquence un effet sur la trajectoire du véhicule.

Les yeux analysent la trajectoire suivie par le véhicule

2. Système en boucle ouverte

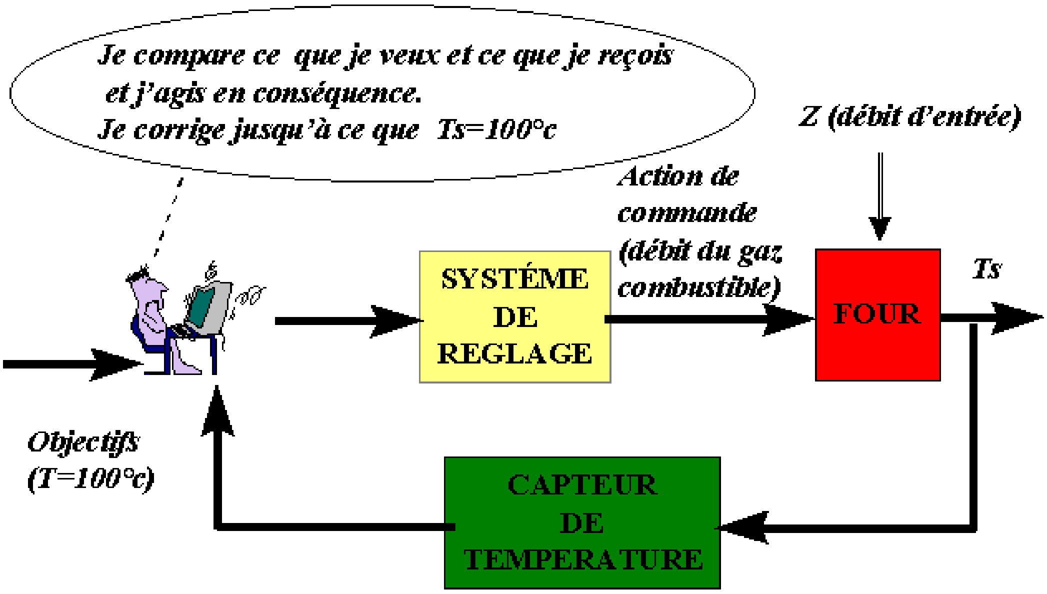
Exemple: le réglage de la température d'un four est assuré par une personne extérieure à la salle où se trouve le four, cette personne n'a donc aucune information sur la température réelle du four.



Avantages et inconvénients :
Système aveugle, pas de correction (insensible aux perturbations) mais rapide et stable.

3. Système en boucle fermée

Exemple : le réglage de la température du four s'effectue en agissant sur un organe de réglage (la vanne) en fonction de l'écart entre la valeur désirée et la valeur réelle.

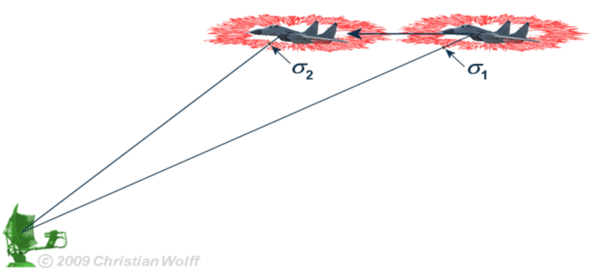
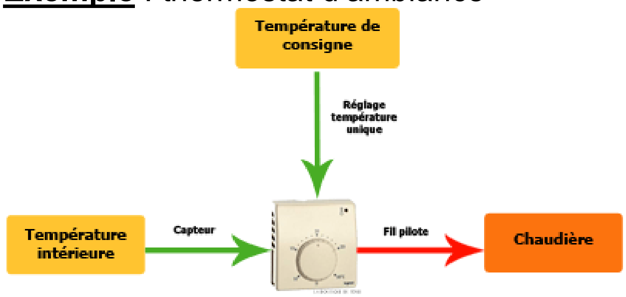


Avantages et inconvénients :
Système précis, il y a une correction (sensible aux perturbations), pas forcément rapide et peut être instable.

4. Différence entre asservir et réguler

Attention à ne pas confondre:

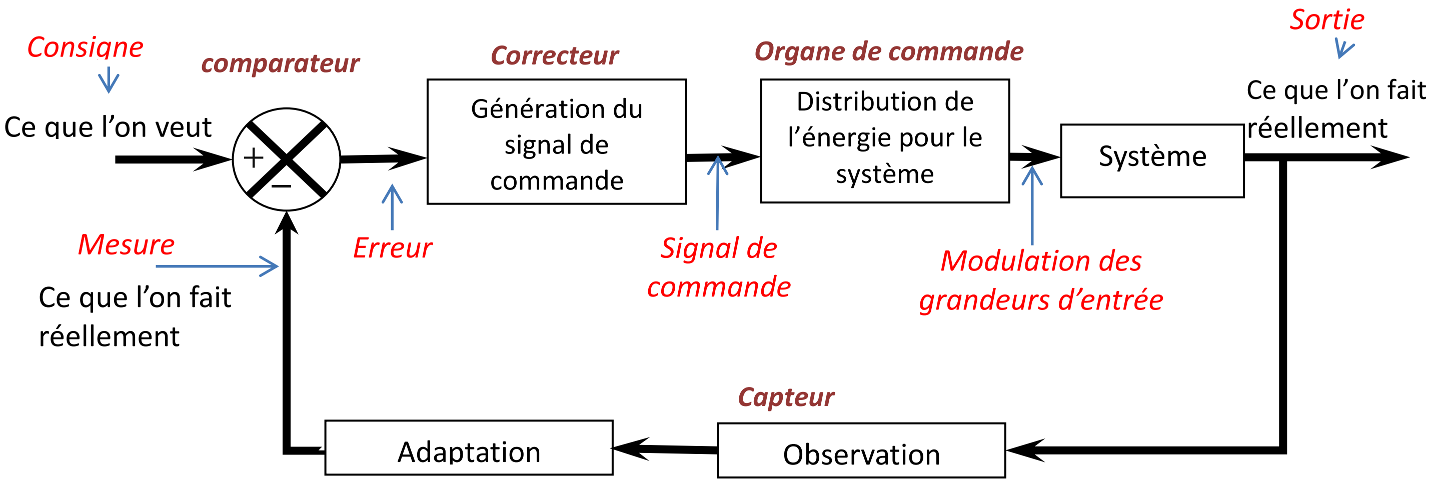
- **Asservissement** : poursuite par la sortie d'une consigne variable dans le temps,
- **Régulation** :la consigne est constante, le système compense les perturbations.

Les systèmes suiveurs	Les systèmes régulateurs
Dans les systèmes asservis suiveurs, la consigne d'entrée varie en permanence. L'objectif de ce système est d'ajuster en permanence le signal de sortie au signal d'entrée. **Exemple** : radar de poursuite 	Dans les systèmes régulateurs la consigne d'entrée est fixe. ces systèmes sont destinés à maintenir la sortie la plus constante possible quelles que soient les perturbations. **Exemple** : thermostat d'ambiance 

5. Organisation d'un système en boucle fermée

Dans un système en boucle fermée, on trouve les éléments suivants :

- un capteur pour mesurer la sortie,
- un comparateur qui élabore l'erreur entre la consigne et la mesure de la sortie,
- un correcteur qui élabore la commande en fonction du signal d'erreur,
- un organe de commande qui module le signal d'entrée du système.

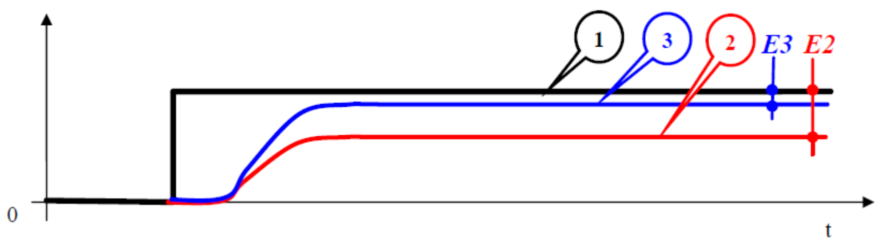


6. Réponse d'un système asservi

Un système asservi est caractérisé par :

a) La précision

C'est la capacité du système à se rapprocher le plus possible de la valeur de consigne.



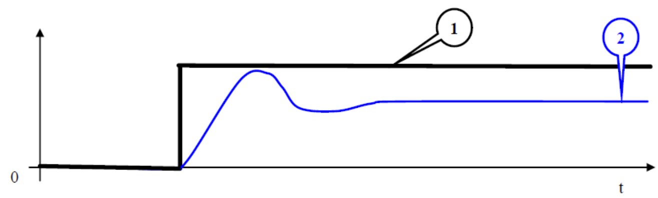
1 : consigne
2 : système peu précis.
3 : système précis.
E2 : erreur statique liée à la courbe 2.
E3 : erreur statique liée à la courbe 3.

L'erreur s'exprime en pourcentage de la valeur de consigne.

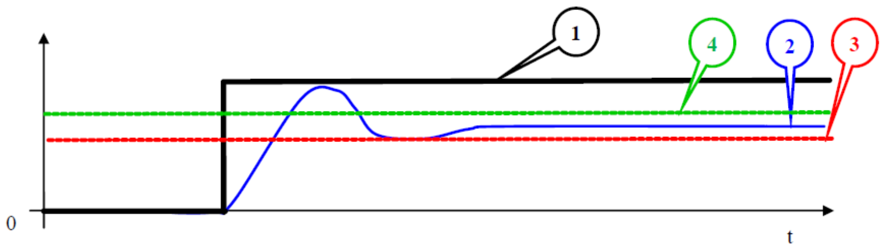
b) La rapidité

C'est la capacité du système à atteindre dans les meilleurs délais son régime stable. La rapidité d'un système est définie par son temps de réponse tr (plus tr est petit plus le système est dit rapide).

Dans l'exemple suivant, la courbe noire (1) représente la consigne et la bleue (2) représente la réponse du système. La valeur finale du système est nommée vf

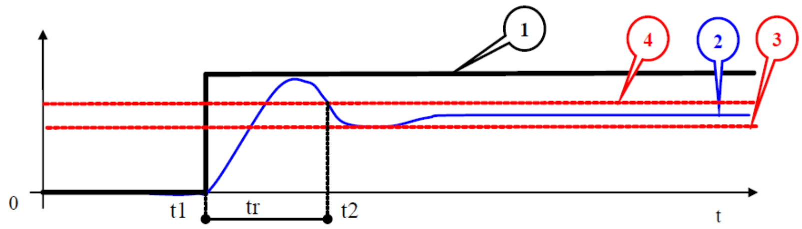


Pour déterminer le temps de réponse d'un système :
– on trace une droite à 95% de la valeur finale vf (3);
– on trace ensuite une droite à 105% de la valeur finale vf (4).



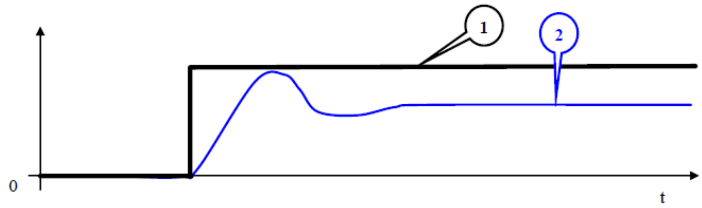
1 : consigne.
2 : valeur finale du système.
3 : droite à 95% de la valeur finale.
4 : droite à 105% de la valeur finale.

Le temps de réponse à 5 % correspond à la différence entre le temps t2 (temps à partir duquel la courbe entre dans l'intervalle 95% /105% sans en sortir) et le temps t1 (temps à partir duquel la consigne est active).

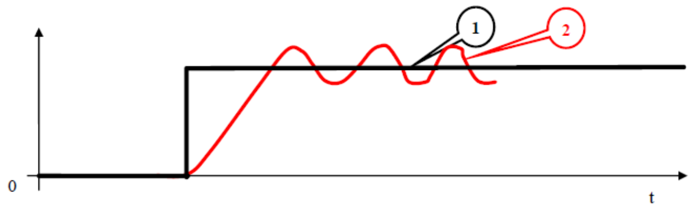


c) La stabilité

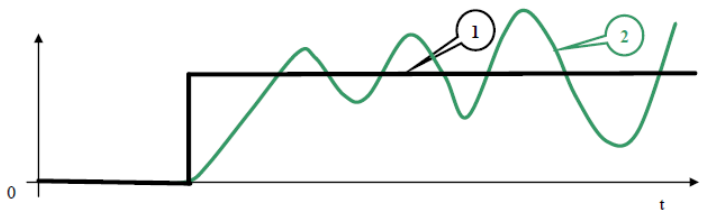
Pour une consigne constante la sortie doit tendre vers une constante.



1 : consigne.
2 : système stable.

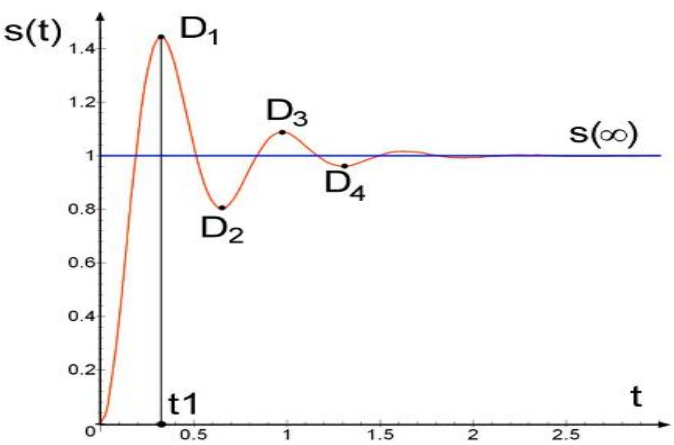


1 : consigne.
2 : système oscillant.



1 : consigne.
2 : système instable.

d) Le dépassement



Le taux de dépassement caractérise l'amplitude maximale des oscillations. On l'exprime de la façon suivante:

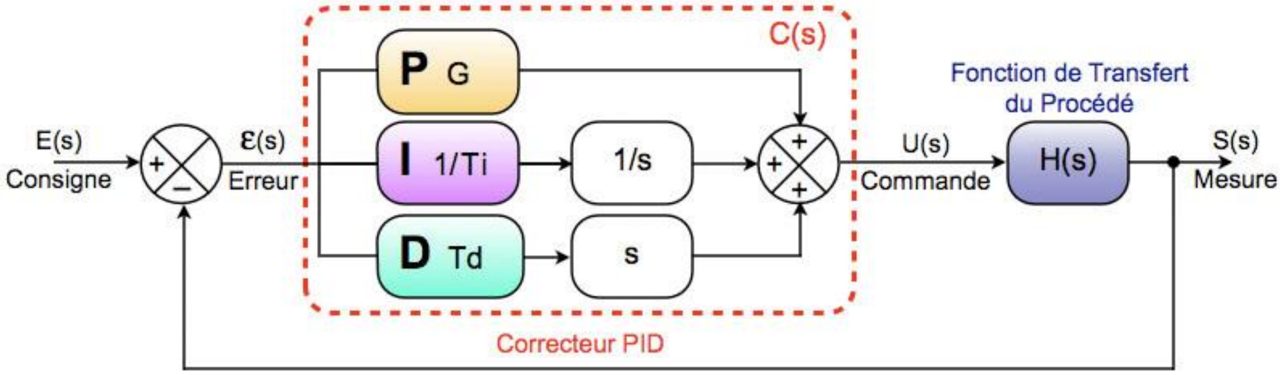
$$D_1\% = \frac{s(t_1) - s(\infty)}{s(\infty)} \times 100$$

7. Les correcteurs

Un correcteur est un algorithme de calcul qui délivre un signal de commande à partir de la différence entre la consigne et la mesure.

Le correcteur PID agit de 3 manières :

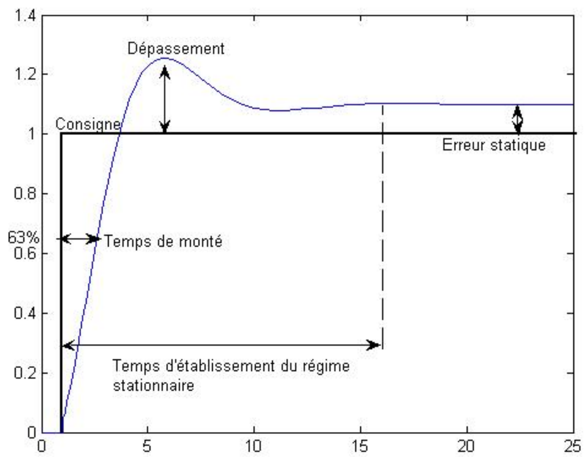
- action **Proportionnelle** : l'erreur est multipliée par un gain *G*
- action **Intégrale** : l'erreur est intégrée et divisée par un gain *Ti*
- action **Dérivée** : l'erreur est dérivée et multipliée par un gain *Td*



Pour ces trois paramètres, le réglage au-delà d'un seuil trop élevé a pour effet d'engendrer une oscillation du système de plus en plus importante menant à l'instabilité.

L'analyse du système avec un PID est très simple mais sa conception peut être délicate, voire difficile, car il n'existe pas de méthode unique pour résoudre ce problème. Il faut trouver des compromis, le régulateur idéal n'existe pas. En général, on se fixe un cahier des charges à respecter sur la robustesse, le dépassement et le temps d'établissement du régime stationnaire.

<u>L'action proportionnelle:</u>
lorsque P augmente, le temps de montée (*rise time*) est plus court mais il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement varie peu et l'erreur statique se trouve améliorée.



<u>L'action intégrale:</u>
Lorsque $1/T_i$ augmente, le temps de montée est plus court mais il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement au régime stationnaire s'allonge mais dans ce cas on assure une erreur statique nulle. Donc plus ce paramètre est élevé, plus la réponse du système est ralentie.

<u>L'action dérivée:</u>

lorsque augmente, le temps de montée change peu mais le dépassement diminue. Le temps d'établissement au régime stationnaire est meilleur. Pas d'influences sur l'erreur statique. Si ce paramètre est trop élevé dans un premier temps il stabilise le système en le ralentissant trop mais dans un deuxième temps le régulateur anticipe trop et un système à temps mort élevé devient rapidement instable.

	Précision	Stabilité	Rapidité
P	↗	↘	↗
I	↗	↘	↘
D	↘	↗	↗

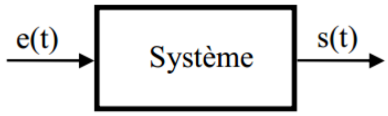
Tableau récapitulant l'influence d'un PID série sur le système qu'il corrige si l'on augmente séparément l'action proportionnelle (P), intégrale (I) ou dérivée (D).

8. Les systèmes continus linéaires invariants

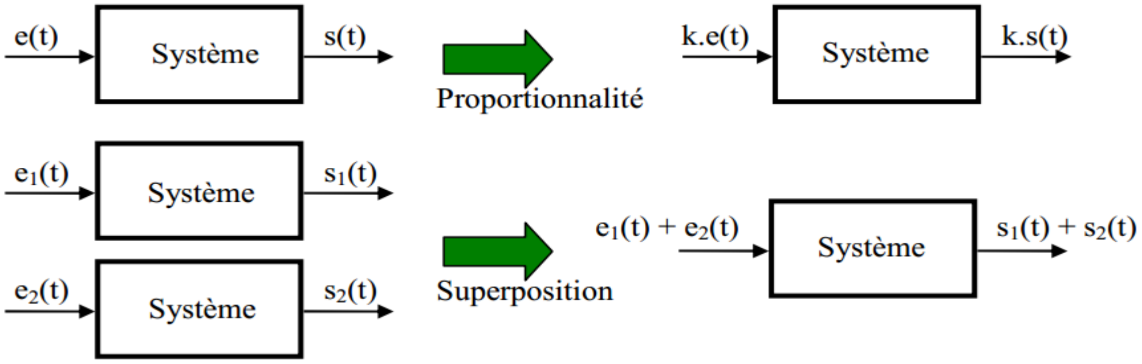
Pour pouvoir prévoir les réactions d’un système en fonction de la consigne d’entrée et des perturbations, il faut le modéliser.

Dans ce cours, nous nous limiteront aux systèmes linéaires continus invariants (SLCI).

Système : le système est représenté par un schéma-bloc fonctionnel contenant le nom du système. Les entrées (causes) sont situées à gauche et les sorties (effets) à droite. Il est caractérisé par une fonction mathématique liant e(t) et s(t).



Système linéaire : un système est dit linéaire si la fonction qui décrit son comportement est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors le principe de proportionnalité et de superposition.



Système continu : un système est continu, par opposition à un système discret, lorsque les variations des grandeurs physiques sont définies à chaque instant. On parle aussi, dans ce cas, de système analogique.

Système invariant : un système est dit invariant si on suppose que les caractéristiques du système (masse, dimensions, résistance, …) ne varient pas au cours du temps (« le système ne vieillit pas »).

9. Modélisation des systèmes continus linéaires invariants

Le comportement de ces systèmes est modélisé par une équation différentielle d’ordre n permettant d'exprimer la sortie s(t) en fonction de l’entrée e(t). Elle est obtenue par la combinaison des différentes équations différentielles issues des modèles de comportement des sous-systèmes constituants le système global.

Elle s’écrit sous la forme générale :

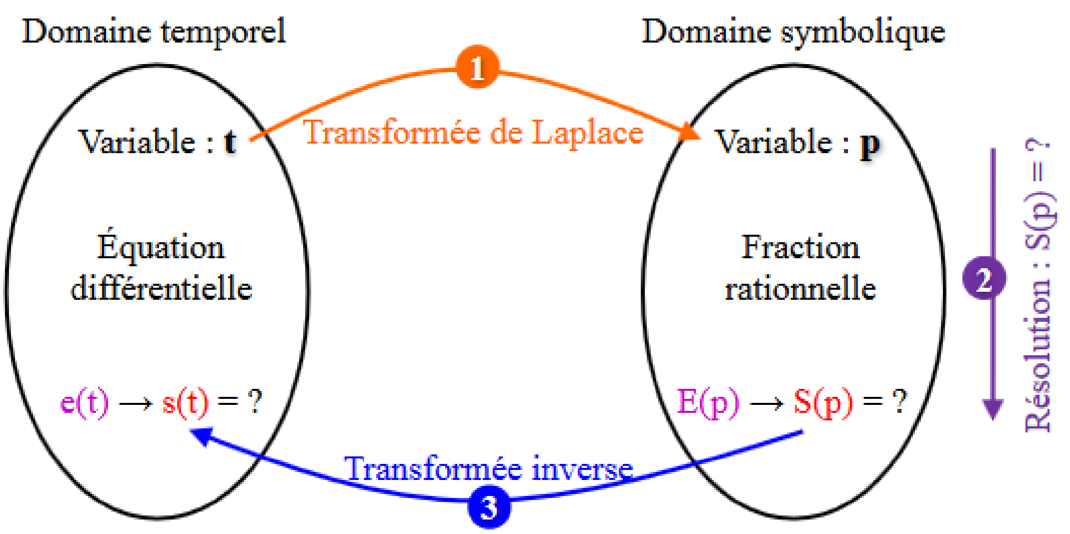
$$a_n.\frac{d^n s(t)}{dt^n}+\ldots+a_0.s(t)=b_m.\frac{d^m e(t)}{dt^m}+\ldots+b_0.e(t)$$

L'écriture sous forme différentielle n'est pas toujours adaptée.
On transforme donc souvent l'équation différentielle (obtenue dans le domaine temporel) en équation polynomiale (obtenue dans le domaine de Laplace).
Ce qui permet d'obtenir une fonction appelée « fonction de transfert » qui caractérise le comportement du système.

$x(t)$	$X(p)$
Impulsion de Dirac δ(t)	1
Échelon A.u(t)	$\frac{A}{p}$
$at.u(t)$	$\frac{a}{p^2}$
$e^{-at}.u(t)$ avec $a \geqslant 0$	$\frac{1}{p+a}$
$t.e^{-at}.u(t)$ avec $a \geqslant 0$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$\sin(\omega t).u(t)$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t).u(t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$e^{-at}.\sin(\omega t).u(t)$ avec $a \geqslant 0$	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}.\cos(\omega t).u(t)$ avec $a \geqslant 0$	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$

Méthode de résolution

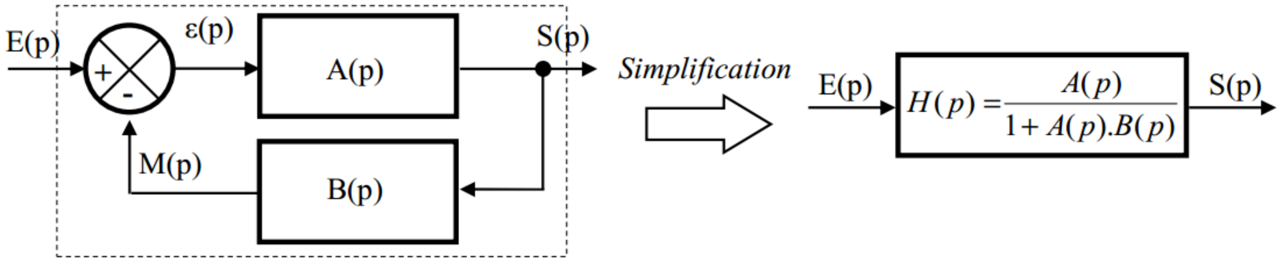
L'objectif est la résolution de l'équation différentielle



La résolution de l'équation différentielle se fait en 3 étapes

10. Fonction de transfert d'un système en boucle fermée

On définit la fonction de transfert en boucle fermée H(p) ou G(p) d'un système pour caractériser le comportement global du système.

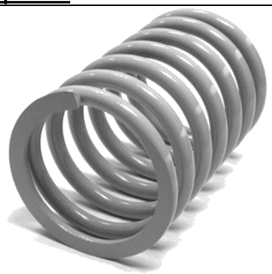
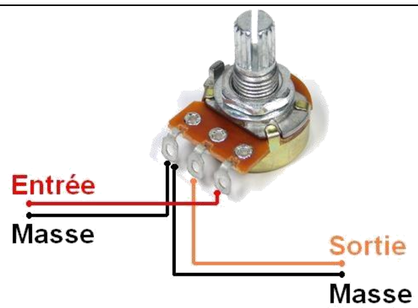
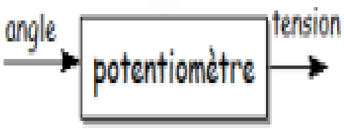


11. Equations caractéristiques des systèmes simples

1- Relation de proportionnalité

Beaucoup de systèmes simples peuvent être modélisés par une constante, c'est à dire une relation de proportionnalité directe entre l'entrée et la sortie : s(t) = K .e(t).
La constante de proportionnalité est alors appelée le gain du système ou transmittance.

Exemples:

		
Ressort 	Engrenages 	Potentiomètre 

$$Gain = \frac{Grandeur\ de\ Sortie}{Grandeur\ d'Entrée}$$

L'unité du gain se déduit des unités de l'entrée et de la sortie

2- Système du premier ordre

L'équation temporelle qui régit un système du 1er ordre est une équation différentielle linéaire du 1er ordre (à coefficients constants), elle s'écrit :

$$\boxed{\tau\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K\,e(t)}$$

Avec τ, constante de temps (> 0) en secondes, et K gain statique du système

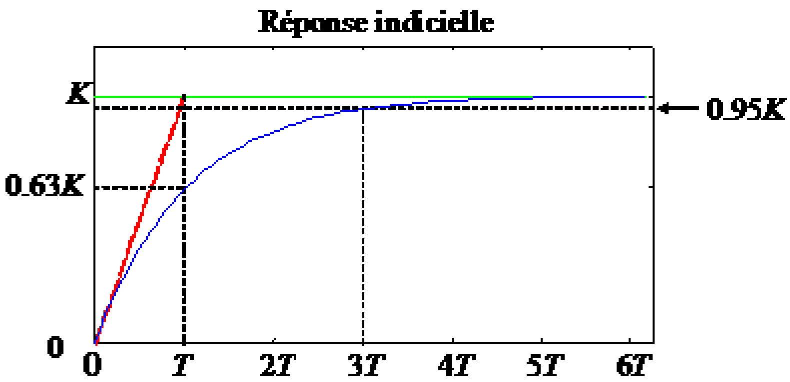
Forme canonique d'un premier ordre dans le domaine de Laplace est:

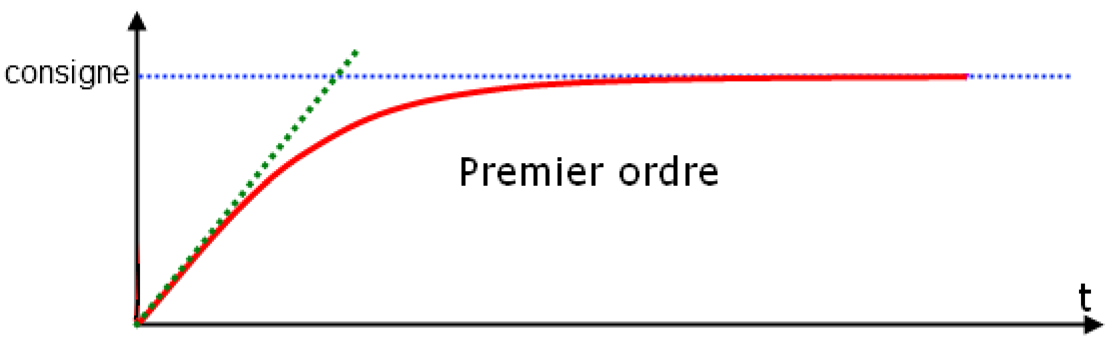
$$G(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{K}{1+\tau.p}$$

Dans le cas de la réponse à un échelon,

$$K=\frac{Amplidude\ du\ signal\ de\ sortie}{Amplitude\ du\ signal\ d'entrée}$$

τ correspond au temps que met la sortie à atteindre 63% de sa valeur finale.





Il ne peut pas y avoir de dépassement

3- Système du deuxième ordre

L'équation temporelle qui régit un système du 2ème ordre est une équation différentielle linéaire du 2ème ordre (à coefficients constants), elle s'écrit :

$$s(t)+a_1\frac{ds(t)}{dt}+a_2\frac{d^2s(t)}{dt^2}=Ke(t)$$

Une autre forme est donnée à cette équation, forme qui fait intervenir deux grandeurs caractéristiques du système:
- ξ (lire « ksi », parfois noté z ou m) coefficient d'amortissement
- ω_0 pulsation propre des oscillations non amorties du système.

$$\boxed{\frac{d^2s(t)}{dt^2}+2\xi\omega_0\frac{ds(t)}{dt}+\omega_0^2\,s(t)=K\,\omega_0^2\,e(t)}$$

ξ : sans unité *ω_0 : rad.s^{-1}*

Forme canonique d'un 2ème ordre dans le domaine de Laplace est:

$$G(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{K}{1+\frac{2.z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}=\frac{K\omega_0{}^2}{p^2+2.z.\omega_0.p+\omega_0{}^2}$$

Dans le cas de la réponse à un échelon,
On constate une tangente horizontale à l'origine