

Figure 1 : vue de trois-quart arrière du drone

Le système étudié est un drone terrestre capable de rouler et de sauter. Le roulement est assuré par deux roues actionnées indépendamment l'une de l'autre grâce à deux moteurs à courant continu. Le saut est actionné par un sabot mobile propulsant le

drone lors de sa détente.

masse totale	180 g
connectivité	Wi-Fi 2,4 ou 5 GHz (portée 50 m)
autonomie	15 minutes
saut	hauteur = 60 cm ; longueur = 80 cm
batterie	lithium-polymère (LiPO) $V_{nom} = 3,7$ V capacité = 550 mA·h
vidéo	caméra HD 15 images par seconde en 640x480 pixels
tenue de cap	gyroscope et accéléromètre 3 axes

Figure 2 : principales caractéristiques techniques et commerciales

L'actionnement du saut nécessite plusieurs phases successives schématisées sur la figure 3 :

- **la phase 1** est utilisée lors des phases d'initialisation et de déplacement en roulement du drone ;
- **la phase 2** prépare le saut et interdit tout autre déplacement en roulement. Le troisième moteur comprime les ressorts liant le corps du drone au sabot et le corps du drone s'incline en conséquence ;
- **la phase 3** consiste en la libération brutale des ressorts préalablement comprimés. Ils se détendent en propulsant le corps du drone par rapport au sabot ;
- **la phase 4** est obtenue lorsque les ressorts sont revenus à leur longueur maximale fixée par une butée mécanique.

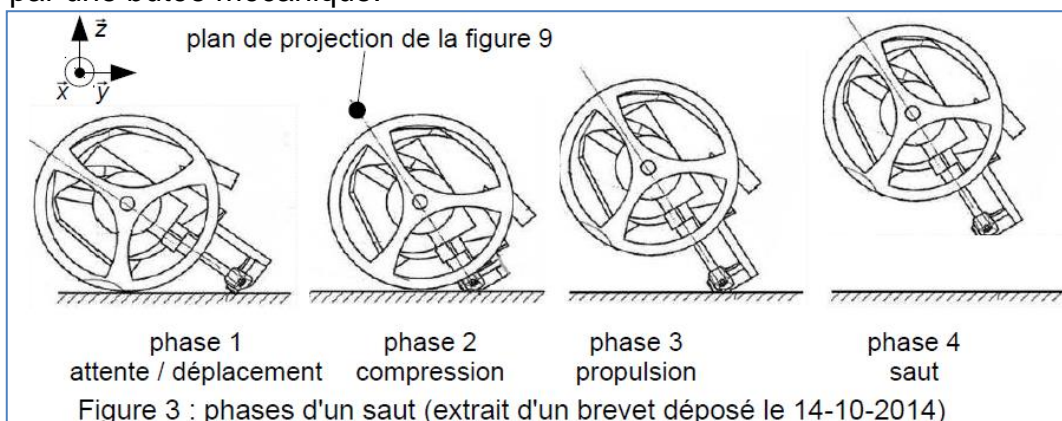


Figure 3 : phases d'un saut (extrait d'un brevet déposé le 14-10-2014)

Dans la phase de saut (phase 4), le drone se comporte comme une masse ponctuelle projetée avec une vitesse initiale non nulle dans un champ de pesanteur. Si on néglige les frottements du drone dans l'air, la trajectoire de celui-ci est de type parabolique (figure 6) formée d'une phase ascendante puis d'une phase descendante.

Les équations suivantes donnent respectivement la longueur ΔY et la hauteur ΔZ du saut en fonction de la vitesse initiale du drone \vec{V} en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et de l'angle α de propulsion du drone dans le repère lié au sol $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

L'accélération de pesanteur est $\vec{g} = -g \times \vec{z}$ avec $g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

$$\Delta Y = \frac{\|\vec{V}\|^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g} \quad \text{et} \quad \Delta Z = \frac{\|\vec{V}\|^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2g}$$

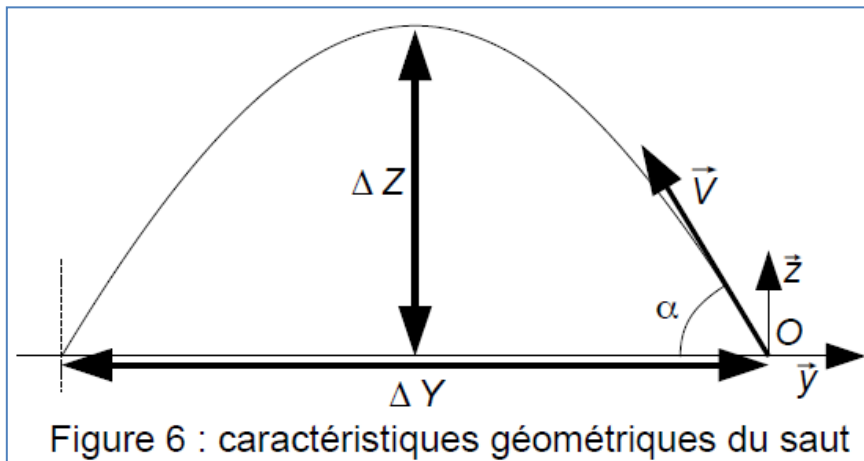


Figure 6 : caractéristiques géométriques du saut

Q1. Déterminer l'angle α permettant de maximiser la longueur du saut. **Évaluer** le rapport $\Delta Z / \Delta Y$ dans cette condition et **en déduire** les conséquences de ce choix vis-à-vis de la hauteur franchie.

Le fabricant a choisi un angle $\alpha = 61^\circ$ afin d'avoir un bon compromis entre le franchissement en longueur et en hauteur.

Q2. Évaluer, dans cette situation imposée, la vitesse initiale la plus petite permettant de satisfaire les caractéristiques techniques pour un saut. **Déterminer** l'énergie cinétique, notée E_c , du drone au début de la phase 4.

Par la suite, la vitesse initiale du drone sera supposée égale à $\|\vec{V}\| = 3,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Au cours de l'accélération (phase 3), l'énergie potentielle préalablement stockée dans un ressort est transformée en énergie cinétique du drone. On rappelle que l'énergie potentielle stockée dans un ressort de longueur L est de la forme suivante :

$$E_R = \frac{K}{2} \cdot (L - L_0)^2$$

Les caractéristiques géométriques L_{min} , L_{max} et L_0 sont fixées par le mécanisme et correspondent respectivement à :

- la longueur minimale du ressort comprimé $L_{min} = 50 \text{ mm}$ en début de phase 3,

- la longueur maximale du ressort détendu $L_{max} = 75$ mm en fin de phase 3,
- la longueur d'un ressort à vide $L_0 = 98$ mm.

Le système de propulsion est vu comme un ressort de raideur équivalente K_E .

Q3. Appliquer le principe de conservation de l'énergie entre le début et la fin de la phase 3 en négligeant la pesanteur. **Déterminer** la raideur équivalente K_E permettant de stocker l'énergie nécessaire à la propulsion du drone.

Pour la suite du sujet, la raideur équivalente retenue est $K_E = 1\,400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Le système réel est composé de deux ressorts identiques en parallèle de raideur unitaire K_R reliant le sabot au corps du drone.

Q4. Indiquer, en justifiant, la raideur des deux ressorts K_R en fonction de K_E .

Au début de la phase 3 de propulsion, les ressorts se détendent et les roues ne sont plus au contact du sol. Le drone passe d'un état statique à un état dynamique au cours duquel le corps du drone est accéléré par les ressorts (figure 7).

On note $(S, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère Galiléen lié au sol. Le point G est le centre de gravité du corps du drone. Les points R et S désignent les deux extrémités des ressorts projetés sur le plan (G, \vec{y}, \vec{z}) . Le sabot du drone sera considéré comme lié au «sol 0» pendant la phase 3 de la figure 3.

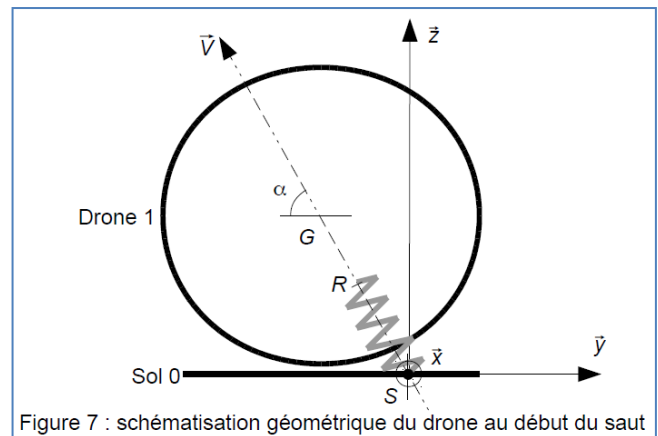


Figure 7 : schématisation géométrique du drone au début du saut

On note:

- m la masse du corps du drone (assimilée à la masse totale du drone) ;
- \vec{P} est le poids du drone appliqué à son centre de gravité G ;
- \vec{F} est la force exercée par les ressorts sur le corps du drone à leur extrémité R ;
- $\vec{\Gamma}$ est l'accélération du centre de gravité G .

Q5. Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au corps du drone.

Q6. Indiquer la direction de la force exercée par les ressorts dans le plan (G, \vec{y}, \vec{z}) . **Tracer** sur la figure 7 les allures des vecteurs \vec{P} , \vec{F} et $\vec{\Gamma}$.

Q7. Sans calcul, justifier la nécessité que les trois points G , R et S soient alignés pour éviter la rotation en G .

On rappelle l'accélération de pesanteur $g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $\alpha = 61^\circ$. Les ressorts ont une longueur à vide $L_0 = 98 \text{ mm}$, une longueur minimale compressée $L_{\min} = 50 \text{ mm}$ et une raideur équivalente $K_E = 1\,400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q8. Exprimer les composantes de \vec{P} et de \vec{F} dans le repère $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ en fonction de K_E, L_0, g, m, α et RS (distance entre les points R et S).

Q9. Calculer l'accélération \vec{I} au départ du saut. **En déduire** si l'action de la pesanteur peut être négligée pendant cette phase d'accélération.

Le sabot reste au contact avec le sol tant que la distance entre les points R et S est inférieure à la longueur maximale notée $L_{\max} = 75 \text{ mm}$. Les ressorts sont par conséquent toujours contraints et ne peuvent se détendre au-delà de cette dimension.

La figure 8 représente le tracé temporel de la vitesse du point G au cours de la phase 3.

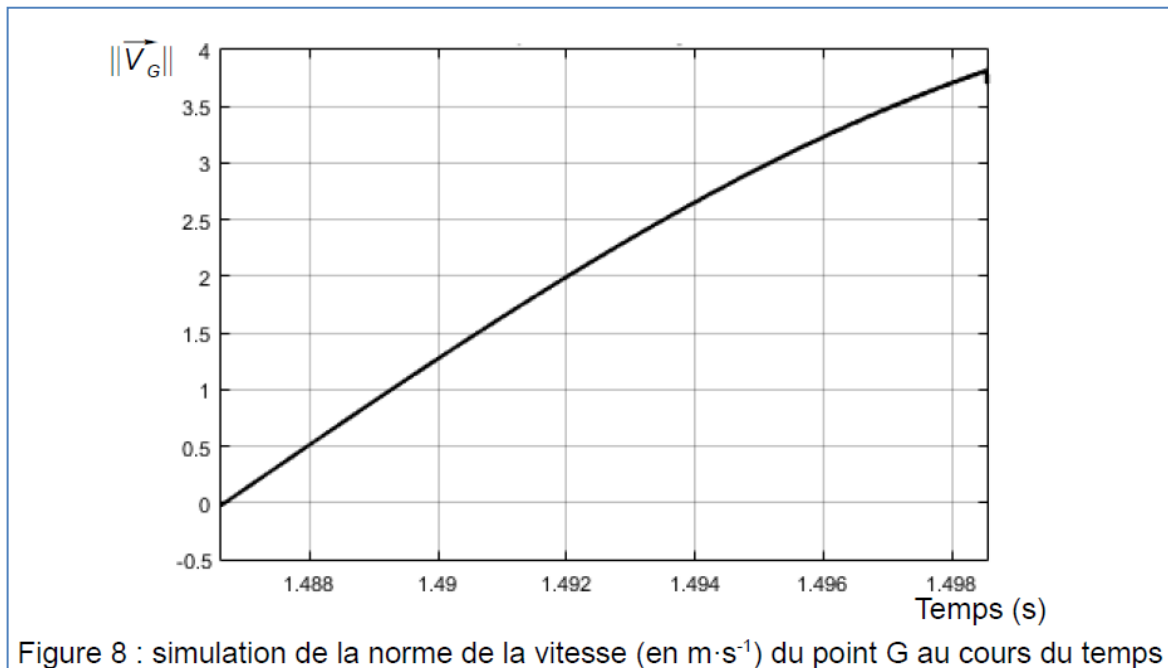


Figure 8 : simulation de la norme de la vitesse (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) du point G au cours du temps

Q10. À partir de la figure 8 et sans calcul, **préciser** si le solide « drone 1 » est uniformément accéléré pendant cette phase de mise en mouvement.

Q11. Comparer cette vitesse, obtenue par un logiciel de simulation, à la vitesse nécessaire au respect de la longueur des sauts. **Conclure** sur le respect des caractéristiques de saut du drone.