Lycée Jules FERRY Versailles	**La cinématique :** **Equations du mouvement**	**Spé SI** *Cours*

1. Position, coordonnées et trajectoire

Soit R un repère orthonormé direct de l'espace et M un point d'un solide en mouvement par rapport à R.

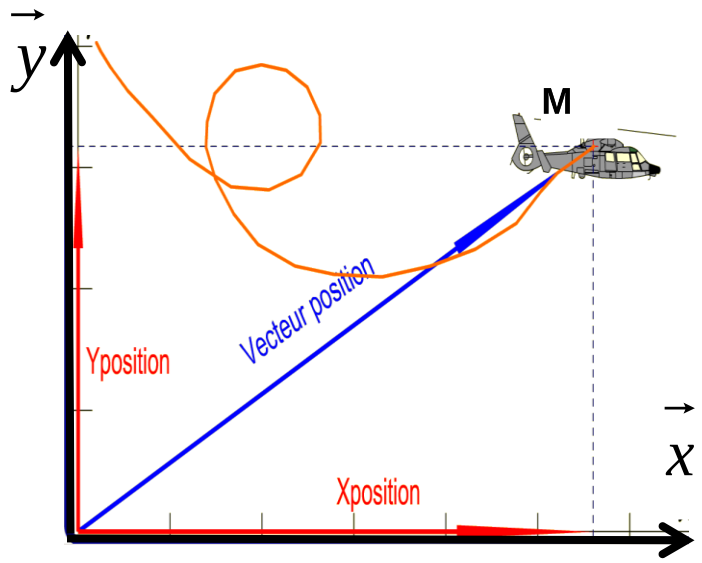
Il ne faut pas confondre :

La **trajectoire** du point M : c'est la courbe définie par les positions successives du point M

Le **vecteur position** du point M au cours du temps :

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\vec{x} + y(t)\,\vec{y} + z(t).\vec{z}$$

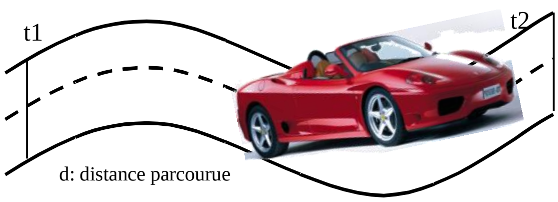
Les **coordonnées** du point M :



2. Vecteur vitesse d'un point d'un solide

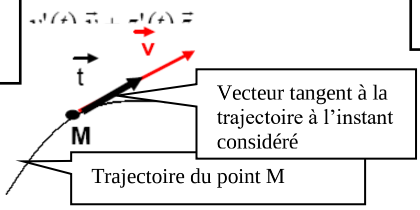
La vitesse met en évidence une notion de rapidité en mettant en rapport la distance parcourue avec le temps mis à la parcourir.
L'unité SI de mesure de la vitesse est le *mètre par seconde* : **m/s ou m.s^{-1}**

Il ne faut pas confondre vitesse moyenne et vitesse instantanée

La vitesse moyenne donne l'image de la vitesse entre 2 dates pas forcément proche.	La vitesse instantanée donne l'image de la vitesse à une date donnée.
	
exemple : temps mis en voiture pour parcourir une distance	*exemple* : Vitesse affichée par le compteur de la voiture

La vitesse instantanée est, à l'instant t, la dérivée du vecteur position par rapport au temps

Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire.



L'intensité du vecteur vitesse, à l'instant t est

3. Vecteur accélération d'un point d'un solide

L'accélération est la variation (augmentation ou diminution) de la vitesse du point M.

Le vecteur accélération du point M est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps t.
Le vecteur accélération est le vecteur dérivée seconde du vecteur position du point M, par rapport au temps t.

Le **symbole** pour l'accélération est « Γ » dans le cas général, « a » dans le cas d'un mouvement de translation rectiligne et « $\ddot{\theta}$ » dans le cas d'un mouvement de rotation.

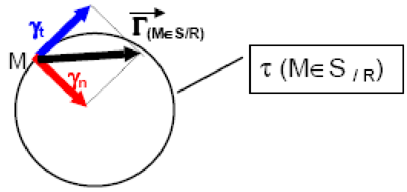
Le mouvement est accéléré si la composante tangentielle de l'accélération et la vitesse v sont dans le même sens.
Le mouvement est freiné dans le cas contraire.

Unité :
le mètre par seconde au carré : m/s² ou m.s⁻²
Radians par seconde au carré : rad/s² ou rad.s⁻²

$$\vec{\Gamma}_{(M\in S/R)} = \left(\frac{dv}{dt}\right).\vec{t} - \left(\frac{v^2}{\rho}\right).\vec{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{\Gamma}_{(M\in S/R)} = \gamma_t.\vec{t} + \gamma_n.\vec{n}$$

Accélération tangentielle $\gamma_t = \frac{dv}{dt}$

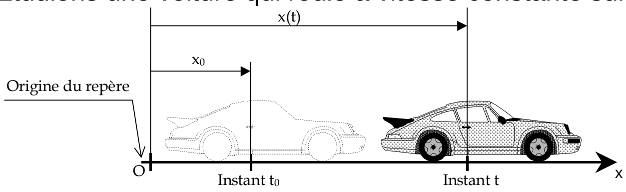
Accélération normale $\gamma_n = \frac{-v^2}{\rho}$
[ρ : rayon de courbure de la trajectoire au point M]



4. Mouvement de translation

a) Mouvement de translation rectiligne uniforme

Étudions une voiture qui roule à vitesse constante sur une autoroute complètement rectiligne.



t_0, x_0 et v_0 sont appelées les ***conditions initiales*** du mouvement.

Soients :
t_0 : instant initial (en s);
x_0 : le déplacement initial (en m), à $t=t_0$;
v_0 : la vitesse initiale (en m/s);
x(t) : le déplacement x (en m) à l'instant t.

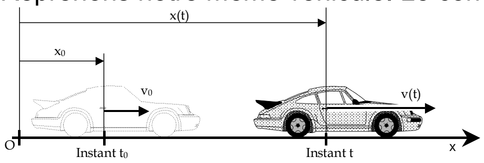
Graphe de l'accélération	Graphe de Vitesse	Graphe de Position

Equations horaires

Si le MTRU commence à l'instant t_0=0s, les équations horaires deviennent:

b) Mouvement de translation rectiligne uniformément varié

Reprenons notre même véhicule. Le conducteur décide d'écraser (raisonnablement) l'accélérateur.



Soient :
t_0 : instant initial (en s);
x_0 : le déplacement initial, à $t=t_0$;
a_0 : l'accélération initiale (en m/s^2) ;
v_0 : la vitesse initiale (en m/s) ;
x(t) : le déplacement (en m) à l'instant t.

Graphe de l'accélération	Graphe de Vitesse	Graphe de Position

Equations horaires

Si le MTRUV commence à l'instant t_0=0s, les équations horaires deviennent

5. Mouvement de rotation

a) Mouvement de rotation uniforme

Le mouvement de rotation d'un solide S est uniforme si la vitesse angulaire ω d'un point M de S est constante.
On en déduit les équations du mouvement de ce point M :

Notations équivalentes :
Accélération angulaire : $\alpha(t) = \theta''(t)$,
Vitesse angulaire : $\omega(t) = \theta'(t)$
Abscisse angulaire : $\theta(t)$

avec θ_0 **:** abscisse angulaire à l'instant t=0
$\theta(t)$ **:** abscisse angulaire à l'instant t

b) Mouvement de rotation uniformément varié

Le mouvement de rotation d'un solide S est uniformément varié si l'accélération angulaire $\alpha(t)$ d'un point M de S est constante.
On en déduit les équations du mouvement de ce point M :

Avec ω_0 : vitesse angulaire à l'instant t=0
θ_0 **:** abscisse angulaire à l'instant t=0