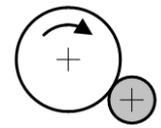
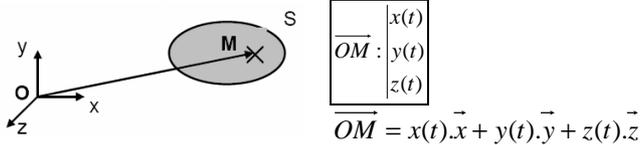


Cinématique : Vitesse et accélération



I. Vecteur position d'un point d'un solide

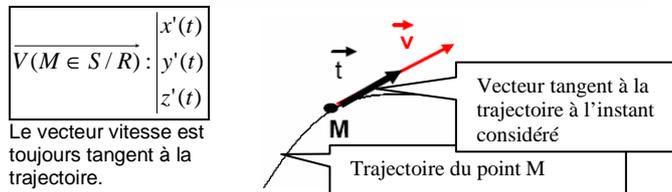
Le vecteur position d'un point M d'un solide S permet de définir à chaque instant, la position de ce point par rapport à un repère de référence R = (O,x,y,z)



II. Vecteur vitesse d'un point d'un solide

La vitesse instantanée est, à l'instant t, la dérivée du vecteur position par rapport au temps

$$\vec{v}(M \in S/R) = \frac{d\vec{OM}(t)}{dt} = \frac{d[x(t)\vec{x} + y(t)\vec{y} + z(t)\vec{z}]}{dt} = x'(t)\vec{x} + y'(t)\vec{y} + z'(t)\vec{z}$$



L'intensité du vecteur vitesse, à l'instant t est

$$|\vec{v}| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2}$$

Unité de la vitesse : le mètre par seconde notée : m/s ou m.s⁻¹

Exemple :

Soit le point mobile M, tel que :

$$\vec{OM}(t) = \begin{cases} x = 3t \\ y = 4 \\ z = 0 \end{cases}$$

en dérivant le vecteur position, on obtient le vecteur vitesse :

$$\vec{v}(M \in S/R) = \begin{cases} 3 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad |\vec{v}| = 3 \text{ m/s}$$

III. Vecteur accélération d'un point d'un solide

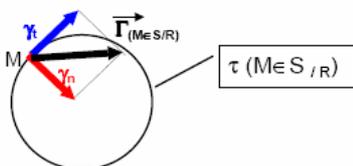
L'accélération est la variation (augmentation ou diminution) de la vitesse du point M.
Le vecteur accélération du point M est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps.

Le symbole pour l'accélération est Γ dans le cas général, a dans le cas d'un mouvement de translation rectiligne et θ dans le cas d'un mouvement de rotation.

$$\vec{\Gamma}_{(M \in S/R)} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv}{dt}\right)\vec{t} - \left(\frac{v^2}{\rho}\right)\vec{n} \Rightarrow \vec{\Gamma}_{(M \in S/R)} = \gamma_t \cdot \vec{t} + \gamma_n \cdot \vec{n}$$

Accélération tangentielle $\gamma_t = \frac{dv}{dt}$

Accélération normale $\gamma_n = -\frac{v^2}{\rho}$
[ρ : rayon de courbure de la trajectoire au point M]



Le vecteur accélération est le **vecteur dérivée seconde** du vecteur position du point M, par rapport au temps t.

$$\Rightarrow \vec{\Gamma}_{(M \in S/R)} = x''(t)\vec{x} + y''(t)\vec{y} + z''(t)\vec{z}$$

soit
$$\vec{\Gamma}_{(M \in S/R)} = \begin{bmatrix} x''(t) \\ y''(t) \\ z''(t) \end{bmatrix}_R$$

L'intensité du vecteur accélération à l'instant t est :

$$\|\vec{\Gamma}_{(M \in S/R)}\| = \sqrt{x''(t)^2 + y''(t)^2 + z''(t)^2}$$

Unité : le mètre par seconde au carré : m/s² ou m.s⁻²
Radians par seconde au carré : rad/s² ou rad.s⁻²

IV. Conversions

1 tour \leftrightarrow 2 π radians \leftrightarrow 360 degrés
1 minute \leftrightarrow 60 secondes

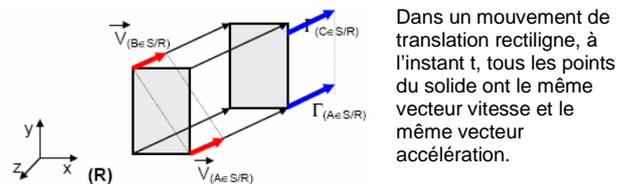
N en tours par minute
w en radians par seconde

$$w = \frac{N \times 2\pi}{60}$$

V. Solide en translation rectiligne

Vitesse moyenne : $v = d/t$

Champ des vecteurs vitesse et vecteurs accélération



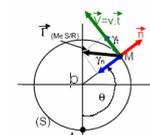
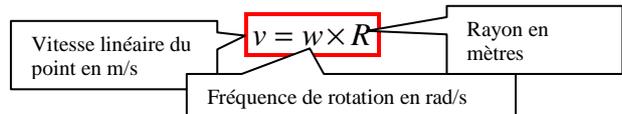
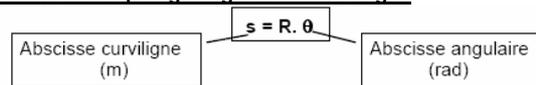
Le mouvement est accéléré si les vecteurs vitesse et accélération sont dans le même sens.

Le mouvement est décéléré (freiné) si les vecteurs vitesse et accélération sont de sens opposés.

VI. Solide en rotation

Vitesse moyenne : $w = \theta / t$

Relation entre repérage angulaire et curviligne



Le mouvement est accéléré si les vecteurs vitesse et accélération tangentielle sont de même sens.
Le mouvement est décéléré dans le cas contraire.